חליפות

# בחירה בלי החזרה ועם חשיבות לסדר

# הגדרה

מספר החליפות(Variations) הוא מס' האפשרויות לבחור k איברים מאוסף המכיל n איברים שונים , כאשר אין לבחור את אותו איבר יותר מפעם אחת, אך ישנה חשיבות לסדר הבחירה

## דוגמה

מס' האפשרויות לבחור k=2 איברים מאוסף n=3 הוא סה"כ 6ץ

מספר החליפות בסימונים שלעיל הוא . בשלב הראשון – n אפשרויות. בשלב השני – n-1 אפשרויות. בשלב הkי - אפשרויות. . בדוגמה: .

# שאלה

מכיתה בת 8 בנים ו12 בנות בוחרים ועדה בת 4 תלמידים. כל התפקידים בועדה שונים, ותלמיד כלשהו לא יכול להיבחר ליותר מתפקיד אחד.

1. בכמה אופנים ניתן לבחור את הועד?
2. בכמה אופנים ניתן לבחור את הועד אם לתפקיד מסויים יש לבחור אחד מהבנים ול3 התפקידים הנותרים יש לבחור אחת מהבנות לכל תפקיד?

## פתרון

1. n=20, k=4,
2. דרך א: בחירת הועדה היא ניסוי דו שלבי. בשלב הראשון בוחרים בן אחד מתוך 8. זאת ניתן לעשות ב אופנים. בשלב השני בוחרים 3 בנות מתוך 12 ⇦ . סה"כ לפי עקרון המכפלה מס' האפשרויות הוא   
   דרך ב: ניתן להתייחס לבחירת הועדה כמילוי של 4 תאים. את התא הראשון ניתן למלא(ע"י בן) ב8 אופנים. את התא השני צריך למלא ע"י אחת הבנות ב12 אופנים. את התא השלישי – 11(הבנות שנותרו). הרביעי – 10. סה"כ

# בחירה עם החזרה ועם חשיבות לסדר. (ניתן לבחור איבר יותר מפעם אחת)

# דוגמה

אותו דבר כמו קודם +

מספר האפשרויות לבחור k איברים מn איברים תחת התנאים הנ"ל הוא

נתבונן באוסף של n איברים שונים ונתייחס לסידורם כמילוי של k תאים. מילוי של k תאים הוא ניסוי k שלבי – בכל שלב ניתן למלא את התא הרלוונטי בn אופנים(כיוון שיש החזרה). לכן סה"כ לפי עקרון הכפל מספר הבחירות

# שאלה

כמה מספרים בני 4 ספרות ניתן לרשום באמצעות הספרות ?

## פתרון

דרך א: מובן שסדר הספרות במספר הוא חשוב. בנוסף ספרה יכולה להופיע יותר מפעם אחת. לכן יש אפשרויות לבחור 4 ספרות מתוך 6. אבל מאחר ומספר לא יכול להתחיל ב0, צריך להחסיר מ את מספר האפשרויות מהצורה . לכן סה"כ

דרך ב: מאחר ו0 לא יכולה להופיע במקום הראשון, קיימות 5 אופציות למלא את המקום הראשון ולכל אחד מהתאים האחרים ישנן 6 אופציות. סה"כ

צירופים

# בחירה בלי חשיבות לסדר ובלי החזרה.

# הגדרה

מספר הצירופים(Combinations) הוא מספר האפשרויות לבחור k איברים מתוך n איברים שונים כאשר אין לבחור את אותו איבר יותר מפעם אחת(בלי החזרה) ואין חשיבות לסדר הבחירה.

שקול להגיד: מספר האפשרויות לבחירה של תת-קבוצה מגודל k מתוך קבוצה בגודל n.

בדוגמה שלנו -

מספר האפשרויות לבחירה של k איברים מn איברים שונים הוא

אכן, מספר הצירופים ומספר החליפות קשורים זה לזה באופן הבא: . אכן, כל צירוף של k איברים ניתן לסידור ב אופנים שונים(כמספר התמורות של k איברים) לכן

# שאלה

בכד 8 כדורים שונים. בכמה אופנים ניתן להוציא ממנו בלי החזרה 3 כדורים כשאין חשיבות לסדר ההוצאה?

## תשובה

# הערה

אם אזי מס' תת הקבוצות B מגודל k בA הוא כאמור . כל תת קבוצה שכזו היא למעשה חלוקה של A ל2 תת קבוצות זרות:   
באופן כללי יותר, מס' האפשרויות לפרק את A לאיחוד זר של תת-קבוצות () בגדלים שנקבעו מראש כך ש הוא

# דוגמה

בכיתה 30 תלמידים. רוצים לחלק להם כובעים: 7 כובעי ליצן, 18 מצנפות, 5 סומבררוס, כך שכל תלמיד ילבש כובע אחד. מס' הדרכים לעשות זאת

# בלי חשיבות לסדר עם חזרה

מספר האפשרויות לבחור k איברים מאוסף של :  
מספר האפשרויות לבחירה עם החזרה ובלי חשיבות לסדר של k איברים מתוך n הוא

ניתן להסתכל על הבעיה, כבעית מילוי של n תאים בk כדורים זהים. כל תא מייצג איבר וכל כדור מייצג בחירה של איבר אותו התא מייצג. n תאים נוצרים ע"י דופנות מתוכן דפנות פנימיות. כל פיזור של k כדורים ניתן לתיאור ע"י סידור בשורה של n הכדורים(תת-קבוצה ) ו הדפנות הפנימיות(תת-הקבוצה ). מאחר ואין הבדל בין הכדורים או בין הדפנות סה"כ האפשרויות

עקרון ההכלה וההדחה

כידוע

זוהי נוסחא שימושית, שכן בד"כ קל יותר לחשב כמה איברים מקיימים תכונה מסויימת(או 2 או 3) מאשר לחשב כמה איברים מקיימים לפחות תכונה אחת.

# הכללה

נניח ש מופיע בדיוק בקבוצות כש, קבוצה כלשהי בגודל . אזי x מופיע באגף הימני בדיוק בחיתוכים שעבורם , ובסה"כ:

## צעד 1

זה מספר תת הקבוצות כך ש. לא רלוונטי בסכום של לא קיימת כך ש

## צעד 3

הבינום של ניוטון: